《高考数学压轴题的分析与解 (第 2 版) 勘误

2018 年 8 月 19 日

第 1 节　第 1,2 次印刷

1. 第 3 页第 1 行，2018 年全国 I 卷理科题 21

此时

x	$\left(0,\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}\right)$	$\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$	$\left(\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2},\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}\right)$	$\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$	$\left(\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2},+\infty\right)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

修改为

此时

x	$\left(0,\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}\right)$	$\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$	$\left(\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2},\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}\right)$	$\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$	$\left(\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2},+\infty\right)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

2. 第 7 页倒数第 4 行，2018 年全国 II 卷理科题 21

考虑到当 $x<\sqrt{a}$ 时，有　　修改为　　考虑到当 $x<\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ 时，有

3. 第 7 页和第 9 页第 9 行开始，2018 年全国 II 卷理科题 20 与 2018 年全国 II 卷文科题 20（两题相同）

第 (2) 小题的解析　　修改为

设 $A(4a^2,4a)$，$B(4b^2,4b)$，则直线 AB 的斜率为 $\dfrac{1}{a+b}$，根据第 (1) 小题的结果，有

$$\frac{1}{a+b}=1,$$

根据抛物线的几何性质，有

$$ab=-\frac{1}{4},$$

于是 AB 的中点坐标为 $M(2a^2+2b^2,2a+2b)$，即 $M(3,2)$．设圆心为 $P(m,n)$，则

$$\begin{cases}\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\\ PM^2=PA^2-\dfrac{1}{4}AB^2,\end{cases}$$

于是

$$\begin{cases}(m-3)+(n-2)=0,\\(m-3)^2+(n-2)^2=(m+1)^2-4^2,\end{cases}$$

即

$$\begin{cases}m+n=5,\\n^2-4n-8m+28=0,\end{cases}$$

解得

$$\begin{cases}m=3,\\n=2,\end{cases}\vee\begin{cases}m=11,\\n=-6,\end{cases}$$

于是所求圆的方程为 $(x-3)^2+(y-2)^2=16$ 和 $(x-11)^2+(y+6)^2=144$.

4. 第 9 页倒数第 2 行，2018 年全国 II 卷文科题 21

因此 $g(x)$ 为 $\mathbb{R}$ 上的单调的三次函数，必然只有一个零点.

修改为

因此 $g(x)$ 为 $\mathbb{R}$ 上的单调函数，又

$$g(x)=x^2(ax+a)+\left(ax-\frac{1}{3}\right),$$

于是

$$g(-1)\cdot g\left(\frac{1}{3a}\right)=\left(-a-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{9a^2}\left(\frac{1}{3}+a\right)\leqslant 0,$$

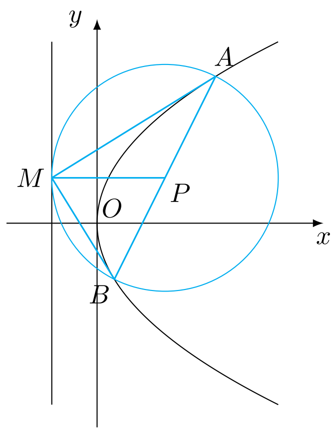
因此 $g(x)$ 只有一个零点.

5. 第 10 页第 9 行，2018 年全国 III 卷理科题 12

从而 $a=\dfrac{1-y}{1-x},b=\dfrac{1-y}{x}$,　　修改为　　从而 $a=\dfrac{1-y}{1-x},b=-\dfrac{1-y}{x}$,

6. 第 10 页配图，2018 年全国 III 卷理科题 16

修改为



7. 第 14 页倒数第 5 行，2018 年全国 III 卷文科题 21

则其导函数 $g'(x)=-\mathrm{e}^{x}(x+1)(x-2)$,　　修改为　　则其导函数 $g'(x)=-\mathrm{e}^{-x}(x+1)(x-2)$,

8. 第 21 页“引理”之前，2018 年北京卷文科题 20

因此 $|AB|$ 的最大值为 6 .　修改为　因此 $|AB|$ 的最大值为 $\sqrt{6}$.

9. 第 21 页“引理”之后，2018 年北京卷文科题 20

过点 $A(a\cos 2\alpha, b\sin\alpha)$　修改为　过点 $A(a\cos 2\alpha, b\sin 2\alpha)$

10. 第 21 页倒数第 6 行，2018 年北京卷文科题 20

又直线 BD 过点 $\left(-\frac{7}{4}, \frac{1}{4}\right)$，于是　修改为　又直线 CD 过点 $\left(-\frac{7}{4}, \frac{1}{4}\right)$，于是

11. 第 23 页倒数第 2 行，2018 年江苏卷题 14

$S_{21} = 318, 12a_{22} = 372$　修改为　$S_{21} = 318, 12a_{22} = 396$

12. 第 24 页开头表格，2018 年江苏卷题 14

n	a_n	S_n	$12a_{n+1}$
21	32	318	396
22	33	351	420
23	35	386	444
24	37	423	468
25	39	462	492
27	41	503	516
28	43	546	540

修改为

n	a_n	S_n	$12a_{n+1}$
21	32	318	396
22	33	351	420
23	35	386	444
24	37	423	468
25	39	462	492
26	41	503	516
27	43	546	540

13. 第 29 页配图，2018 年上海卷题 20

修改为

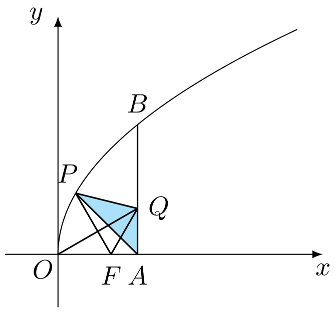


图 1

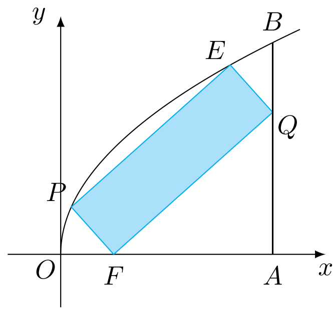


图 2

14. 第 30 页第 15 行，2018 年上海卷题 11

$b_{2k}-b_{2k}-1=2+d>0$　　修改为　　$b_{2k}-b_{2k-1}=2+d>0$

15. 第 33 页第 5 行，2018 年天津卷理科题 20

$y\dfrac{\ln x_2}{\ln a}+\dfrac{1}{x_2\ln a}(x-x_2)$　　修改为　　$y=\dfrac{\ln x_2}{\ln a}+\dfrac{1}{x_2\ln a}(x-x_2)$

16. 第 36 页倒数第 11 行，2018 年天津卷文科题 20

当 $a>3$ 时，有

$$h(-2a)=-2a^3+6\sqrt{3}<0,$$

且

$$h(2a)=2a^3+6\sqrt{3}>0,$$

于是函数 $h(x)$ 在 $(-2a,-\sqrt{a})$，$(-\sqrt{a},\sqrt{a})$，$(\sqrt{a},2a)$ 上均有零点，结合函数 $h(x)$ 的单调性可得函数 $h(x)$ 有三个零点.

修改为

当 $a>3$ 时，有

$$h\left(-2\sqrt{a}\right)=-2a\sqrt{a}+6\sqrt{3}<0,$$

且

$$h\left(2\sqrt{a}\right)=2a\sqrt{a}+6\sqrt{3}>0,$$

于是函数 $h(x)$ 在 $(-2\sqrt{a},-\sqrt{a})$，$(-\sqrt{a},\sqrt{a})$，$(\sqrt{a},2\sqrt{a})$ 上均有零点，结合函数 $h(x)$ 的单调性可得函数 $h(x)$ 有三个零点.

17. 第 37 页第 10 行，2018 年浙江卷题 9

$(b-3e)\cdot(b-e)=0$　　修改为（斜体改为黑斜体）　　$(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{e})\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{e})=0$

18. 第 37 页 2018 年浙江卷题 10“分析”第 6 行

$a_4\leqslant 1$　　修改为　　$a_4\leqslant -1$

19. 第 38 页第 2 行，2018 年浙江卷题 17

$\dfrac{(2x_2)^2}{4}++(2y_2)^2=4m,$　　修改为　　$\dfrac{(2x_2)^2}{4}+(2y_2)^2=4m,$

20. 第 61 页倒数第 5 行，2017 年江苏卷题 23

$= \dfrac{C_{m+n}^{n}}{1} \cdot \sum\limits_{k=n}^{m+n} \dfrac{C_{k-2}^{n-2}}{n-1}$　修改为　$= \dfrac{1}{C_{m+n}^{n}} \cdot \sum\limits_{k=n}^{m+n} \dfrac{C_{k-2}^{n-2}}{n-1}$

21. 第 85 页倒数第 1 行，2016 年全国 II 卷理科题 16

解答　2　修改为　解答　$1-\ln 2$

22. 第 100 页倒数第 4 行，2016 年江苏卷题 14

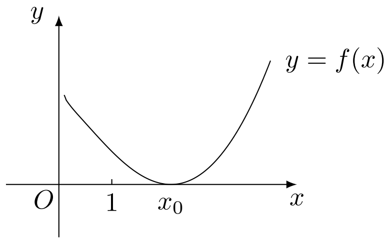
$\tan A = -\tan(B+C) = \dfrac{\tan B \tan C}{\tan B + \tan C - 1}$,　修改为　$\tan A = -\tan(B+C) = \dfrac{\tan B + \tan C}{\tan B \cdot \tan C - 1}$,

23. 第 131 页第 15 行，2016 年浙江卷理科题 20，第 (2) 小题解析第 8 行

$\left(\dfrac{3}{4}\right)^m < f(n) = \left(\dfrac{2}{3}\right)^n = (|a_n|-2)$　修改为　$\left(\dfrac{3}{4}\right)^m < f(n) = \left(\dfrac{2}{3}\right)^n (|a_n|-2)$

24. 第 200 页第 5 行，2015 年四川卷理科题 21，第 (2) 小题更新解法

解法一　用分析法证明如下．根据题意结合第 (1) 小题的结论，函数 $f(x)$ 的图象应该如图所示．



考虑函数 $g(x)$，由于 $g'(1)=2a>0$，于是在 $(1,+\infty)$ 上 $g(x)$ 单调递增．又 $g(1)=-4a<0$，于是根据题意，$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上先单调递减，再单调递增，有极小值点 $x=x_0$，则

$$\begin{cases} -\ln x_0 + x_0 - 1 - a\left(\dfrac{1}{x_0}+1\right) = 0, \\ -2(x_0+a)\ln x_0 + x_0^2 - 2ax_0 - 2a^2 + a = 0, \end{cases}$$

我们的目标是证明这个二元方程组有实数解，且至少有一组解满足限制条件 $x_0>1$ 且 $0<a<1$．由第一个方程可得

$$-\ln x_0 = -x_0 + 1 + a\left(\frac{1}{x_0}+1\right),$$

代入第二个方程，可得

$$x_0^3 + (2a-2)x_0^2 - 5ax_0 - 2a^2 = 0,$$

因式分解，可得

$$(x_0+2a)(x_0^2-2x_0-a) = 0,$$

于是

$$a = x_0^2 - 2x_0,$$

进而可得

$$a = x_0^2 - 2x_0 = -\ln x_0 + 1,$$

容易判断 $x_0 \in (2,\mathrm{e})$，于是 $a \in (0, 1-\ln 2)$，原命题得证．

解法二　考虑到对于函数 $f(x)$，若 $f(x_0)=0$ 且 $f'(x_0)=0$，则函数 $f(x)\cdot\varphi(x)$ 也满足

$$[f(x)\cdot\varphi(x)]_{x=x_0}=0,[f(x)\cdot\varphi(x)]'_{x=x_0}=0,$$

接下来"清君侧"即可．考虑函数 $g(x)$，由于 $g'(1)=2a>0$，于是在 $(1,+\infty)$ 上 $g(x)$ 单调递增．又 $g(1)=-4a<0$，$g(+\infty)>0$，于是 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上先单调递减，再单调递增，有极小值点．设 $f(x)$ 的极小值点为 $x=x_0$，令 $h(x)=\dfrac{f(x)}{x+a}$，即

$$h(x)=-2\ln x+x-3a+\frac{a^2+a}{x+a},$$

则有

$$h'(x)=\frac{(x+2a)(x^2-2x-a)}{x(x+a)^2,}$$

于是可得

$$a=x_0^2-2x_0,$$

进而将其代入由 $h(x_0)=0$，即

$$-2\ln x_0+x_0-3a+\frac{a^2+a}{x_0+a}=0,$$

可得

$$a=x_0^2-2x_0=-\ln x_0+1,$$

容易判断 $x_0\in(2,\mathrm{e})$，于是 $a\in(0,1-\ln 2)$，原命题得证．

25. 第 206 页，2015 年浙江卷理科题 8 解析第 3 行

取 $\alpha=0$，此时 $A'DB>0$ 或 $\angle A'DB=0$，　修改为　取 $\alpha=0$，此时 $\angle A'DB>0$ 或 $\angle A'DB=0$，

26. 第 249 页"分析"的第 2 行，2014 年湖北卷理科题 14

$\dfrac{f(a)-0}{a-\sqrt{ab}}=\dfrac{f(b)-0}{\sqrt{ab}-b}$，　修改为　$\dfrac{f(a)-0}{a-\sqrt{ab}}=\dfrac{0-(-f(b))}{\sqrt{ab}-b}$，