

# 《高考数学压轴题的分析与解 (第 2 版) 勘误

2018 年 11 月 13 日

## 第 1 节 第 1,2 次印刷

与上个版本的差别是新增 28 .

1. 第 3 页第 1 行, 2018 年全国 I 卷理科题 21

此时

$x$	$\left(0, \frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}\right)$	$\frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}$	$\left(\frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}, \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}\right)$	$\frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}$	$\left(\frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}, +\infty\right)$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

修改为

此时

$x$	$\left(0, \frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}\right)$	$\frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}$	$\left(\frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}, \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}\right)$	$\frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}$	$\left(\frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}, +\infty\right)$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

2. 第 7 页倒数第 4 行, 2018 年全国 II 卷理科题 21

考虑到当  $x < \sqrt{a}$  时, 有 修改为 考虑到当  $x < \frac{1}{\sqrt{a}}$  时, 有

3. 第 7 页和第 9 页第 9 行开始, 2018 年全国 II 卷理科题 20 与 2018 年全国 II 卷文科题 20 (两题相同)

第 (2) 小题的解析 修改为

设  $A(4a^2, 4a)$ ,  $B(4b^2, 4b)$ , 则直线  $AB$  的斜率为  $\frac{1}{a+b}$ , 根据第 (1) 小题的结果, 有

$$\frac{1}{a+b} = 1,$$

根据抛物线的几何性质, 有

$$ab = -\frac{1}{4},$$

于是  $AB$  的中点坐标为  $M(2a^2 + 2b^2, 2a + 2b)$ , 即  $M(3, 2)$ . 设圆心为  $P(m, n)$ , 则

$$\begin{cases} \overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0, \\ PM^2 = PA^2 - \frac{1}{4}AB^2, \end{cases}$$

于是

$$\begin{cases} (m-3) + (n-2) = 0, \\ (m-3)^2 + (n-2)^2 = (m+1)^2 - 4^2, \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} m+n=5, \\ n^2-4n-8m+28=0, \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} m=3, \\ n=2, \end{cases} \vee \begin{cases} m=11, \\ n=-6, \end{cases}$$

于是所求圆的方程为  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 16$  和  $(x-11)^2 + (y+6)^2 = 144$ .

4. 第 9 页解答第 3 行, 2018 年全国 II 卷文科题 21

函数  $f(x)$  的单调递增区间是  $(-\infty, 3-2\sqrt{3})$  和  $(3-2\sqrt{3}, +\infty)$

修改为

函数  $f(x)$  的单调递增区间是  $(-\infty, 3-2\sqrt{3})$  和  $(3+2\sqrt{3}, +\infty)$

5. 第 9 页倒数第 2 行, 2018 年全国 II 卷文科题 21

因此  $g(x)$  为  $\mathbb{R}$  上的单调的三次函数, 必然只有一个零点.

修改为

因此  $g(x)$  为  $\mathbb{R}$  上的单调函数, 又

$$g(x) = x^2(ax+a) + \left(ax - \frac{1}{3}\right),$$

于是

$$g(-1) \cdot g\left(\frac{1}{3a}\right) = \left(-a - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{9a^2} \left(\frac{1}{3} + a\right) \leq 0,$$

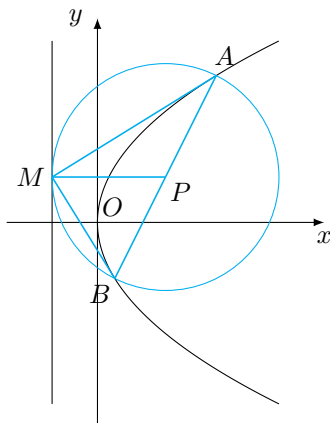
因此  $g(x)$  只有一个零点.

6. 第 10 页第 9 行, 2018 年全国 III 卷理科题 12

从而  $a = \frac{1-y}{1-x}, b = \frac{1-y}{x}$ , 修改为 从而  $a = \frac{1-y}{1-x}, b = -\frac{1-y}{x}$ ,

7. 第 10 页配图, 2018 年全国 III 卷理科题 16

修改为



8. 第 12 页倒数第 3 行, 2018 年全国 III 卷理科题 21  
 于是函数  $f'''(x)$  在  $(-1, 0)$  上单调递增, 在  $(0, 1)$  上单调递减, 结合  $f'''(0) = 0$ , 逐层分析  
 修改为  
 于是函数  $f''(x)$  在  $(-1, 0)$  上单调递增, 在  $(0, 1)$  上单调递减, 结合  $f''(0) = 0$ , 逐层分析
9. 第 14 页倒数第 5 行, 2018 年全国 III 卷文科题 21  
 则其导函数  $g'(x) = -e^x(x+1)(x-2)$ , 修改为 则其导函数  $g'(x) = -e^{-x}(x+1)(x-2)$ ,
10. 第 17 页拓展上方第 2 行, 2018 年北京卷理科题 19  
 $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = \frac{2x_1x_2 - (x_1 + x_2)}{(k-1)x_1x_2} = 2$  修改为  $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = \frac{2x_1x_2 - (x_1 + x_2)}{(k-1)x_1x_2} = 2$
11. 第 21 页“引理”之前, 2018 年北京卷文科题 20  
 因此  $|AB|$  的最大值为 6. 修改为 因此  $|AB|$  的最大值为  $\sqrt{6}$ .
12. 第 21 页“引理”之后, 2018 年北京卷文科题 20  
 过点  $A(a \cos 2\alpha, b \sin \alpha)$  修改为 过点  $A(a \cos 2\alpha, b \sin 2\alpha)$
13. 第 21 页倒数第 6 行, 2018 年北京卷文科题 20  
 又直线  $BD$  过点  $(-\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$ , 于是 修改为 又直线  $CD$  过点  $(-\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$ , 于是
14. 第 23 页倒数第 2 行, 2018 年江苏卷题 14  
 $S_{21} = 318, 12a_{22} = 372$  修改为  $S_{21} = 318, 12a_{22} = 396$
15. 第 24 页开头表格, 2018 年江苏卷题 14

$n$	$a_n$	$S_n$	$12a_{n+1}$
21	32	318	396
22	33	351	420
23	35	386	444
24	37	423	468
25	39	462	492
27	41	503	516
28	43	546	540

修改为

$n$	$a_n$	$S_n$	$12a_{n+1}$
21	32	318	396
22	33	351	420
23	35	386	444
24	37	423	468
25	39	462	492
26	41	503	516
27	43	546	540

16. 第 29 页配图, 2018 年上海卷题 20

修改为

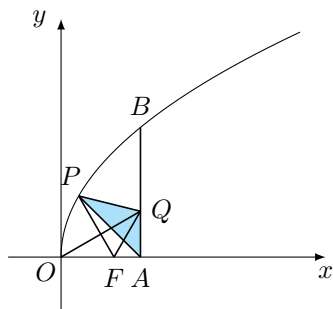


图 1

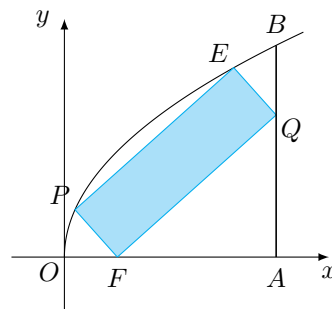


图 2

17. 第 30 页第 15 行, 2018 年上海卷题 11

$b_{2k} - b_{2k-1} = 2 + d > 0$       修改为       $b_{2k} - b_{2k-1} = 2 + d > 0$

18. 第 33 页第 5 行, 2018 年天津卷理科题 20

$y \frac{\ln x_2}{\ln a} + \frac{1}{x_2 \ln a} (x - x_2)$       修改为       $y = \frac{\ln x_2}{\ln a} + \frac{1}{x_2 \ln a} (x - x_2)$

19. 第 33 页第 13 行, 2018 年天津卷理科题 20

$(e^{\frac{1}{e}})^{x_1} = \frac{e^2}{x_2}$       修改为       $(e^{\frac{1}{e}})^{x_1} = \frac{e^2}{x_2}$

20. 第 36 页倒数第 11 行, 2018 年天津卷文科题 20

当  $a > 3$  时, 有

$$h(-2a) = -2a^3 + 6\sqrt{3} < 0,$$

且

$$h(2a) = 2a^3 + 6\sqrt{3} > 0,$$

于是函数  $h(x)$  在  $(-2a, -\sqrt{a})$ ,  $(-\sqrt{a}, \sqrt{a})$ ,  $(\sqrt{a}, 2a)$  上均有零点, 结合函数  $h(x)$  的单调性可得函数  $h(x)$  有三个零点.

修改为

当  $a > 3$  时, 有

$$h(-2\sqrt{a}) = -2a\sqrt{a} + 6\sqrt{3} < 0,$$

且

$$h(2\sqrt{a}) = 2a\sqrt{a} + 6\sqrt{3} > 0,$$

于是函数  $h(x)$  在  $(-2\sqrt{a}, -\sqrt{a})$ ,  $(-\sqrt{a}, \sqrt{a})$ ,  $(\sqrt{a}, 2\sqrt{a})$  上均有零点, 结合函数  $h(x)$  的单调性可得函数  $h(x)$  有三个零点.

21. 第 37 页第 10 行, 2018 年浙江卷题 9

$$(b-3e) \cdot (b-e) = 0 \quad \text{修改为 (斜体改为黑斜体)} \quad (b-3e) \cdot (b-e) = 0$$

22. 第 37 页 2018 年浙江卷题 10“分析”第 6 行

$$a_4 \leq 1 \quad \text{修改为} \quad a_4 \leq -1$$

23. 第 38 页第 2 行, 2018 年浙江卷题 17

$$\frac{(2x_2)^2}{4} + (2y_2)^2 = 4m, \quad \text{修改为} \quad \frac{(2x_2)^2}{4} + (2y_2)^2 = 4m,$$

24. 第 39 页 2018 年浙江卷题 21 第 (2) 小题解析第 4 行, 2018 年浙江卷题 21

$$S = \frac{1}{2} |(4a^2 - x_0)(2a - 2b) - (4b^2 - x_0)(2b - 2a)|$$

修改为 (更符合三角形面积坐标公式)

$$S = \frac{1}{2} |(4a^2 - x_0)(2b - 2a) - (4b^2 - x_0)(2a - 2b)|$$

25. 第 39 页 2018 年浙江卷题 22 上方第 1 行, 2018 年浙江卷题 21

从而  $|a-b|$  的取值范围是  $(\sqrt{2}, \sqrt{\frac{5}{2}})$ , 因此  $S$  的取值范围是  $(6\sqrt{2}, \frac{15\sqrt{10}}{4})$ .

修改为

从而  $|a-b|$  的取值范围是  $[\sqrt{2}, \sqrt{\frac{5}{2}}]$ , 因此  $S$  的取值范围是  $[6\sqrt{2}, \frac{15\sqrt{10}}{4}]$ .

26. 第 57 页, 2017 年北京卷理科题 20, 第 (2) 小题解答第 4 行

$$c_n = \max\{c_1, c_n\} = \max\{b_1 - a_n, b_0 + (d_2 - a_0)n - d_1 n^2\}$$

修改为

$$c_n = \max\{x_1, x_n\} = \max\{b_1 - a_n, b_0 + (d_2 - a_0)n - d_1 n^2\}$$

27. 第 61 页倒数第 5 行, 2017 年江苏卷题 23

$$= \frac{C_{m+n}^n}{1} \cdot \sum_{k=n}^{m+n} \frac{C_{n-2}^{k-2}}{n-1} \quad \text{修改为} \quad = \frac{1}{C_{m+n}^n} \cdot \sum_{k=n}^{m+n} \frac{C_{n-2}^{k-2}}{n-1}$$

28. 第 64 页倒数第 6 行, 2017 年山东卷理科题 21

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4k_1^2 + \frac{1}{k^2} + 5}} \quad \text{修改为} \quad = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4k_1^2 + \frac{1}{k_1^2} + 5}}$$

29. 第 67 页, 2017 年山东卷文科题 21, 第 (2) 小题解答第 6 行

$$\sin \angle DEN = \frac{|ON|}{|DN|} \quad \text{修改为} \quad \sin \angle EDN = \frac{|ON|}{|DN|}$$

30. 第 67 页, 2017 年山东卷文科题 21, 第 (2) 小题解答第 7 行

$$= \frac{\frac{x_0^2}{2y_0} + y_0}{\sqrt{x_0^2 + \left(\frac{x_0^2}{2y_0} + 2y_0\right)}} \quad \text{修改为} \quad = \frac{\left|\frac{x_0^2}{2y_0} + y_0\right|}{\sqrt{x_0^2 + \left(\frac{x_0^2}{2y_0} + 2y_0\right)}}$$

31. 第 68 页, 2017 年上海卷题 11, 解析倒数第 2 行

$$|10\pi - \alpha_1 - \alpha_2| = \left|10 + \frac{1}{2} - 2k_1 + \frac{1}{4} + k_2\right| \cdot \pi \geq \frac{\pi}{4}$$

修改为

$$|10\pi - \alpha_1 - \alpha_2| = \left|10 + \frac{1}{2} - 2k_1 + \frac{1}{4} - k_2\right| \cdot \pi \geq \frac{\pi}{4}$$

32. 第 79 页第 2 行, 2017 年浙江卷题 22

$$x_n = f(x_n + 1) \quad \text{修改为} \quad x_n = f(x_{n+1})$$

33. 第 85 页倒数第 1 行, 2016 年全国 II 卷理科题 16

解答 2 修改为 解答 1 - \ln 2

34. 第 96 页解答第 7 行, 2016 年北京卷理科题 19

$$N \text{ 点坐标为 } \left(\frac{2 \cos \theta}{1 - 2 \sin \theta}, 0\right), \quad \text{修改为} \quad N \text{ 点坐标为 } \left(\frac{2 \cos \theta}{1 - \sin \theta}, 0\right),$$

35. 第 96 页解答第 15 行, 2016 年北京卷理科题 19

$$\angle A'B'N = 45^\circ + \angle O'B'N' = \quad \text{修改为} \quad \angle A'B'N' = 45^\circ + \angle O'B'N' =$$

36. 第 97 页第 5 题解析倒数第 5 行, 2016 年北京卷理科题 19

$$a_{i_k} - a_{i_k-1} \leq a_{i_k} - a_{i_k-1} \leq 1 \quad \text{修改为} \quad a_{i_k} - a_{i_k-1} \leq a_{i_k} - a_{i_k-1} \leq 1$$

37. 第 100 页倒数第 4 行, 2016 年江苏卷题 14

$$\tan A = -\tan(B+C) = \frac{\tan B \tan C}{\tan B + \tan C - 1}, \quad \text{修改为} \quad \tan A = -\tan(B+C) = \frac{\tan B + \tan C}{\tan B \cdot \tan C - 1},$$

38. 第 131 页第 2 行, 2016 年浙江卷理科题 20

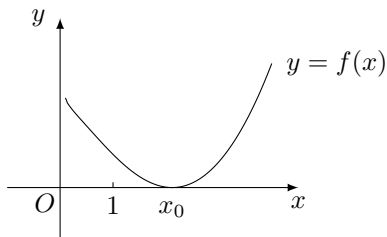
$$\left|\frac{a_n}{2^n} - \frac{a_{n-1}}{2^{n-1}}\right| + \quad \text{修改为} \quad \left|\frac{a_n}{2^n} - \frac{a_{n-1}}{2^{n-1}}\right| +$$

39. 第 131 页第 15 行, 2016 年浙江卷理科题 20, 第 (2) 小题解析第 8 行

$$\left(\frac{3}{4}\right)^m < f(n) = \left(\frac{2}{3}\right)^n = (|a_n| - 2) \quad \text{修改为} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^m < f(n) = \left(\frac{2}{3}\right)^n (|a_n| - 2)$$

40. 第200页第5行, 2015年四川卷理科题21, 第(2)小题更新解法

解法一 用分析法证明如下. 根据题意结合第(1)小题的结论, 函数  $f(x)$  的图象应该如图所示.



考虑函数  $g(x)$ , 由于  $g'(1) = 2a > 0$ , 于是在  $(1, +\infty)$  上  $g(x)$  单调递增. 又  $g(1) = -4a < 0$ , 于是根据题意,  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  上先单调递减, 再单调递增, 有极小值点  $x = x_0$ , 则

$$\begin{cases} -\ln x_0 + x_0 - 1 - a\left(\frac{1}{x_0} + 1\right) = 0, \\ -2(x_0 + a)\ln x_0 + x_0^2 - 2ax_0 - 2a^2 + a = 0, \end{cases}$$

我们的目标是证明这个二元方程组有实数解, 且至少有一组解满足限制条件  $x_0 > 1$  且  $0 < a < 1$ . 由第一个方程可得

$$-\ln x_0 = -x_0 + 1 + a\left(\frac{1}{x_0} + 1\right),$$

代入第二个方程, 可得

$$x_0^3 + (2a - 2)x_0^2 - 5ax_0 - 2a^2 = 0,$$

因式分解, 可得

$$(x_0 + 2a)(x_0^2 - 2x_0 - a) = 0,$$

于是

$$a = x_0^2 - 2x_0,$$

进而可得

$$a = x_0^2 - 2x_0 = -\ln x_0 + 1,$$

容易判断  $x_0 \in (2, e)$ , 于是  $a \in (0, 1 - \ln 2)$ , 原命题得证.

解法二 考虑到对于函数  $f(x)$ , 若  $f(x_0) = 0$  且  $f'(x_0) = 0$ , 则函数  $f(x) \cdot \varphi(x)$  也满足

$$[f(x) \cdot \varphi(x)]_{x=x_0} = 0, [f(x) \cdot \varphi(x)]'_{x=x_0} = 0,$$

接下来“清君侧”即可. 考虑函数  $g(x)$ , 由于  $g'(1) = 2a > 0$ , 于是在  $(1, +\infty)$  上  $g(x)$  单调递增. 又  $g(1) = -4a < 0$ ,  $g(+\infty) > 0$ , 于是  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  上先单调递减, 再单调递增, 有极小值点. 设  $f(x)$  的极小值点为  $x = x_0$ , 令  $h(x) = \frac{f(x)}{x+a}$ , 即

$$h(x) = -2\ln x + x - 3a + \frac{a^2 + a}{x+a},$$

则有

$$h'(x) = \frac{(x+2a)(x^2-2x-a)}{x(x+a)^2},$$

于是可得

$$a = x_0^2 - 2x_0,$$

进而将其代入由  $h(x_0) = 0$ , 即

$$-2\ln x_0 + x_0 - 3a + \frac{a^2 + a}{x_0 + a} = 0,$$

可得

$$a = x_0^2 - 2x_0 = -\ln x_0 + 1,$$

容易判断  $x_0 \in (2, e)$ , 于是  $a \in (0, 1 - \ln 2)$ , 原命题得证.

41. 第 206 页, 2015 年浙江卷理科题 8 解析第 3 行

取  $\alpha = 0$ , 此时  $A'DB > 0$  或  $\angle A'DB = 0$ , 修改为 取  $\alpha = 0$ , 此时  $\angle A'DB > 0$  或  $\angle A'DB = 0$ ,

42. 第 249 页“分析”的第 2 行, 2014 年湖北卷理科题 14

$$\frac{f(a) - 0}{a - \sqrt{ab}} = \frac{f(b) - 0}{\sqrt{ab} - b}, \quad \text{修改为} \quad \frac{f(a) - 0}{a - \sqrt{ab}} = \frac{0 - (-f(b))}{\sqrt{ab} - b},$$